

ليكن إثبات صحة ما يلي:

- (1) $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$
- (2) $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$
- (3) $\frac{dE}{dt} = \vec{v} \cdot \vec{F}$

أو إن صادف سطح نامض لمعادلة:

$$Ax_s^2 + By_s^2 + Cz_s^2 - 2D_{xyz} = 1$$

$$-2E_{x,y} - 2F_{x,y} = 1$$

إذا كانت $\lambda < 1$ ينتج عن نامض المعادلة بدون لحد أي مجموعة متفرقة.

وإذا كانت $\lambda \leq 1$ ينتج المجموع المعقد ويسمى بم سطح المعادلة.

إذا كان $\lambda = 1$ أي المتور فقط فالمعادلة ليست صادقة ككرة أي سطح نامضي.

وباستنتاج المادة الأخيرة بالنسبة λ ينتج

$$Ax_s - Fy_s - Cz_s = 0$$

وهي مركبات متجه توجبه ناهض هذا السطح الناهض.

نقطة كمية الحركة المادية:

إذا كانت M نقطة مادية سرعتها \vec{v} كتلتها m تؤثر عليها قوة \vec{F} (أو مجموعة قوى) وبالتالي

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

كمية الحركة لها

$$\Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

أي أن مشتق كمية الحركة هو القوة المؤثرة

هناك حالة $S = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$ أي مجموعة نقاط مادية متفرقة:

نأخذ النقطة M_i سرعتها \vec{v}_i كتلتها m_i هذه النقاط تؤثر بعضا ببعض بقوى تسمى

قوى داخلية وتلك \vec{F}_i^{int} محصلة هذه القوى الداخلية على النقطة M_i

على النقطة M_i

و \vec{F}_i^{ext} هي محصلة القوى الخارجية

المؤثرة على هذه النقطة وبالتالي

القوة المؤثرة على M_i هي

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i^{ext} + \vec{F}_i^{int}$$

وبالتالي

$$\vec{p}_i = m_i \cdot \vec{v}_i$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{p}_i}{dt} = (\vec{F}_i^{ext} + \vec{F}_i^{int})$$

أي أن مشتق كمية الحركة = مجموع القوى المؤثرة

على النقطة M_i



note

$$x_s = \frac{p_s}{\omega}$$

١- مبدأ الفعل ورد الفعل

ع - جرمان لدينا نقطتين M_1 و M_2 معقل
 فوان M_1 متاثر بالقطب M_2 بقوة \vec{F}_{12}
 قد تكون جاذبة وقد تكون نافذة

والكبراء كمولد مع نقطة المستقيمة المواصلة
 بين النقطتين M_1 و M_2

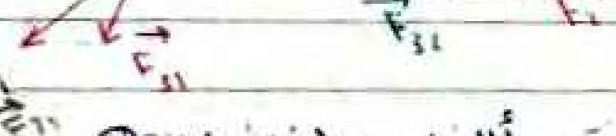
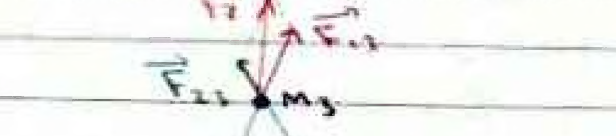
أيضا القطب M_2 متاثر في نقطة M_1 بقوة
 \vec{F}_{21} قد تكون نافذة وقد تكون جاذبة

وكذلك مع نقطة المستقيمة المواصلة
 بين النقطتين M_1 و M_2

وهناك القوتين متساويتين بالشدّة
 ومتعاكستين بالجهة أي أن حاصلهما 0



د - لو أخذنا ثلاث نقاط فيكون:



مبدأ الفعل ورد الفعل في النظام الكال (P)

$$\begin{aligned} \vec{F}_{12} &= -\vec{F}_{21} \\ \vec{F}_{13} &= -\vec{F}_{31} \\ \vec{F}_{23} &= -\vec{F}_{32} \end{aligned}$$

$$\vec{v}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$$

$$\vec{a}_i = \frac{d\vec{v}_i}{dt}$$

$$\vec{v}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$$

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = (\vec{F}_i^{ext} + \vec{F}_i^{int})$$

$$\Rightarrow m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = (\vec{F}_i^{ext} + \vec{F}_i^{int})$$

$$\Rightarrow m_i \vec{a}_i = \vec{F}_i^{ext} + \vec{F}_i^{int}$$

ملاحظة: القوة الداخلية

نعم (١) على ذمة 1 إلى n

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext} + \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{int}$$

المجموع الداخلي للقوى
 الخارجية وليس الحصلة

المجموع الداخلي
 ليس الحصلة وليس الحصلة

المجموع الداخلي
 ليس الحصلة وليس الحصلة

المجموع الداخلي
 ليس الحصلة وليس الحصلة

المجموع الداخلي
 ليس الحصلة وليس الحصلة

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext} + 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{e}_r}{dt} = \frac{d\vec{e}_r}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$= \vec{e}_\theta \cdot \dot{\theta} = \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

$$\Rightarrow \vec{V} = V \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

(أي أن السرعة \vec{V} تتألف من مركبة V_{θ} و V_r و $V_r = 40 \text{ km/h}$ و $V_{\theta} = 47 \text{ km/h}$)

وبالتالي:

$$m \ddot{\vec{r}} = m \ddot{\vec{r}} = m \ddot{\vec{r}} = m \ddot{\vec{r}} + (P_{rx} + P_{rx}) \vec{e}_r + (P_{ry} + P_{ry}) \vec{e}_\theta$$

بموجب أن هذا يمثل هذه السرعة في هذا الوقت t بالحدود.

$$\vec{V} = V \vec{e}_r + r \frac{d\vec{e}_r}{dt}$$

لأن سرعة الحركة

$$= V \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

أي أن سرعة الحركة

$$\Rightarrow \vec{V} = 0 + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta \Rightarrow \vec{V} = r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

أي أن النقطة A تدور في دائرة

$$\Rightarrow \vec{r} = \vec{V} = r \dot{\theta} \vec{e}_\theta + r \dot{\theta} \frac{d\vec{e}_\theta}{dt}$$

$$\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = \frac{d\vec{e}_\theta}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{r} = \vec{V} = r \dot{\theta} \vec{e}_\theta - r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r$$

وبالتالي:

$$m r \ddot{\theta} \vec{e}_\theta - m r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r = m g \vec{e}_r + R_1 \vec{e}_r + R_2 \vec{e}_\theta$$

$$\Rightarrow \vec{r} = r \cos \theta \vec{e}_r - r \sin \theta \vec{e}_\theta$$

$$\Rightarrow m r \ddot{\theta} \vec{e}_\theta - m r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r = m g \cos \theta \vec{e}_r - m g \sin \theta \vec{e}_\theta + R_1 \vec{e}_r + R_2 \vec{e}_\theta$$

وبالتالي:

$$-m r \dot{\theta}^2 = m g \cos \theta + R_1 + R_2 \quad (1)$$

وبالتالي:

$$m r \ddot{\theta} = -m g \sin \theta \quad (2)$$

والمعادلة (2) تشير في سرعة المسار والقوة المركزية

أعوانة $\vec{v}_i \wedge m_i \vec{v}_i = 0$ لهذه الماديات المادية التي تتحرك في إطارين (أرضي
 عطلياً) الكون كلاً منهما تتحرك بسرعة يساوي السرعة
 ما مقدار الماديات = طولية الأول \times طولية الثاني \times $\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ أي أنها

$$\frac{d}{dt} (\vec{r}_i \wedge m_i \vec{v}_i) = \vec{r}_i \wedge \frac{d}{dt} (m_i \vec{v}_i) \quad \text{وبالتالي}$$

مفهوم $(*)$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (\vec{r}_i \wedge m_i \vec{v}_i) = \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \wedge \vec{a}_i$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n (\vec{r}_i \wedge m_i \vec{v}_i) = M \vec{r}_0 \wedge \vec{a}_0$$

نلاحظ $\sum_{i=1}^n m_i = M$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \vec{L}_0 = M \vec{r}_0 \wedge \vec{a}_0$$

وهو المطلوب إثباته ..

② ونطبق نظرية العزم الميكانيكية على كل مركز الكتلة G (مركزاً متحركاً) :-
 إذا كانت حالة الحركة هي مركز الكتلة

$$\Rightarrow \frac{d \vec{\sigma}_G}{dt} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_{Gi} \wedge \vec{a}_i$$

البرهان:

لنأخذ مجموعة مادية S نقاطها A_1, A_2, \dots, A_n وكتلتها m_1, m_2, \dots, m_n
 وموقعات الموضع $\vec{OA}_1, \vec{OA}_2, \dots, \vec{OA}_n$ وسرعتها $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$
 انطلاقاً من النقطة:

$$\frac{d \vec{\sigma}_0(s)}{dt} = \sum \vec{OA}_i \wedge \vec{F}_i^{ext}$$

لنأخذ حال $\vec{OA}_i = \vec{OG} + \vec{GA}_i$ وبالتالي من علاقة كونيغ

$$\Rightarrow \vec{\sigma}_0 = (\sum m_i) \cdot \vec{V}(G) + \sum \vec{GA}_i \wedge m_i \vec{V}(A_i)$$

$$= \vec{\sigma}_0(G) + \vec{\sigma}_G(S)$$

نستنتج منه:

الأنظمة الميكانيكية المتعددة الجسيمات:

① نظام الميكانيكية المتعددة الجسيمات:

$$\frac{d\vec{p}_0}{dt} = \sum_i m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}$$

الهدف: نثبت أن كمية الحركة المجموع S

لتكون لدينا مجموعة مادية مكونة من عدة نقاط

وكتل هذه النقاط $\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ ومواقعها

مسرورها $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n$ وتؤثر عليها قوى خارجية $\vec{F}_1^{ext}, \vec{F}_2^{ext}, \dots, \vec{F}_n^{ext}$

وإتجاهها الداخلي $\vec{F}_1^{int}, \vec{F}_2^{int}, \dots, \vec{F}_n^{int}$

وإننا نعتبر كمية الحركة لنقطة $m_i \vec{v}_i$

نثبت كمية الحركة

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} m_i \vec{v}_i = \vec{F}_i^{ext} + \vec{F}_i^{int}$$

نصوب الطرفين خارجياً بحسب المعنى للنقطة ذات الدليل i منه:

$$\vec{r}_i \wedge \frac{d}{dt} m_i \vec{v}_i = \vec{r}_i \wedge (\vec{F}_i^{ext} + \vec{F}_i^{int})$$

$$\Rightarrow \vec{r}_i \wedge \frac{d}{dt} m_i \vec{v}_i = \vec{r}_i \wedge \vec{F}_i^{ext} + \vec{r}_i \wedge \vec{F}_i^{int}$$

حيث $n=1, 2, \dots, n$ في هذه المعادلات:

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \wedge \frac{d}{dt} (m_i \vec{v}_i) = \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \wedge \vec{v}_i^{ext} + \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \wedge \vec{v}_i^{int}$$

ونلاحظ أن $\sum_{i=1}^n \vec{r}_i \wedge \vec{v}_i^{int} = 0$ لأنه بحسب الطريقة $\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \wedge \vec{v}_i^{int} = 0$

أما أعمال القوى الداخلية فتتلاشى كما في المثالين

مما يتبع:

$$\sum_{i=1}^n \vec{r}_i \wedge (m_i \vec{v}_i) = \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \wedge \vec{v}_i^{ext} + 0 \quad (*)$$

لدينا

$$\frac{d}{dt} (\vec{r}_i \wedge m_i \vec{v}_i) = (\vec{v}_i \wedge m_i \vec{v}_i) + \vec{r}_i \wedge \frac{d}{dt} m_i \vec{v}_i$$

$$= 0 + \vec{r}_i \wedge \frac{d}{dt} (m_i \vec{v}_i)$$

ع - احتكاك يؤدي إلى تدمير جزء من التزلات
وتحت تأثير محصلة وهذا نصيب إلى
معادلات الحركة معادلة العتيد

$$\vec{F}_1^{ext} + \vec{F}_1^{int} + \vec{F}_2^{ext} =$$

$$\vec{F}_{11} + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \vec{F}_{15} + \vec{F}_{16} =$$

$$(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{11}) + (\vec{F}_{23} + \vec{F}_{12}) + (\vec{F}_{24} + \vec{F}_{13}) + (\vec{F}_{25} + \vec{F}_{14}) =$$

$$(\vec{F}_{12} - \vec{F}_{21}) + (\vec{F}_{23} - \vec{F}_{32}) + (\vec{F}_{34} - \vec{F}_{43}) = 0 + 0 + 0 = 0$$

ملاحظة: لو كانت المجموعة الحقيقية منها
قد يوجد وجود أفعال - فقط يوجد
توى معاملة ...

وبالتالي يمكننا كتابة القانون الثاني
بالشكل:

$$\sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{r}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n m_i \cdot \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (m_i \cdot \vec{r}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n (m_i \cdot \vec{r}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \vec{P}(s) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext}$$

وهي الصيغة الاشتقاقية لكمية الحركة
المجمعة S
وتكون الصيغة التفاضلية لها:

$$d\vec{P}(s) = \left(\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext} \right) \cdot dt$$

ليس لمفعول الجزيئي وبملاحظة ينتج

المفعول الكلي لهذه القوة

* ثلاثية مركبات على الشكلها:
أ - رد فعل داخلي \vec{R}_i ليعمل على ماسح لعتيد
ع - رد فعل ماسح \vec{R}_j (محول في المستقيم الماسح)
• رد الفعل الماسح والداخلي يشتركان
بنقطة الماسح ...

\vec{R}_i : القيمة المطلقة لجهة رد الفعل تساوي
القيمة المطلقة للقوة الضاغطة
أي أن سنة القوة الضاغطة يساوي سنة
رد الفعل الداخلي وتساوي بالآثار

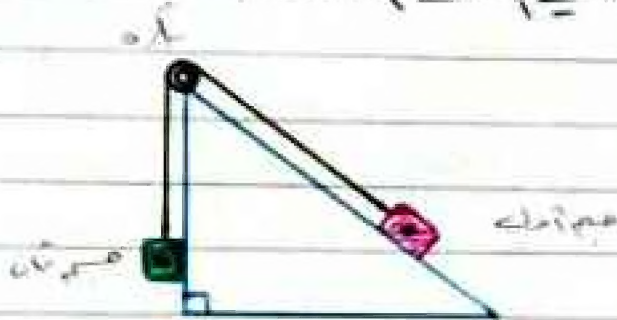
\vec{R}_j : ينشأ من طبيعة العتيد (مادته) وشكله
ونسبه قوة احتكاك وهو نوعان:

أ - احتكاك يؤدي إلى التزلات فقط أو
التزلات مع تمدح، وهذه هذه القوة
تناسب طردياً مع سنة القوة الضاغطة
مع لعتيد ومعاظم تناسباً مع نسبة معادل
الاحتكاك وغالباً ترمز له بـ μ .

سنة القوة الضاغطة: \vec{F} يترافق مع المادية أو الجسم مع لعتيد

مقدمة:

أداة لقطع من مواد رقائق
ورقنا عليه صفيح بواسطة بكره وفيه
كما في الشكل التالي:



علماً أن البكره معلقة العزن ونصف بقطر
ادرس حركة هذه بكره (صفيح) بكره
(صفيح ثاني)

النتيجة الدائرية الرابعة

أيضا لا بد من بيان مع نفس
الأمثلة وكل منهما بسيط يلاحظ
وربطنا حيط بين الحسين
وعلى ما به نقل

- شكل المعادلات لتفاضلية
لهذه المجموعة متعامداً كبر
الحركة ، علماً أن صار الحسين
الأول ، ثانياً أعلى
والإمكانات بكل المجموعة معدوم
ثم أوجه قوى رد الفعل بدون
رد فعل الحيط ؟

- القوى المؤثرة هي الأثقال

وردود حيل P_1 ، P_2
موتة بروية الشاخص (صليبة) شاذ

- قوى ردود حيل P_1 و P_2 شاذية
مقط لأن الحسين على نفس الحائط